

## ANÁLISE DA ACURÁCIA DE EQUAÇÕES EXPLÍCITAS PARA DETERMINAÇÃO DO FATOR DE ATRITO DE DARCY-WEISBACH

VANDERLAN FERNANDS SOUZA<sup>1</sup>, JOSE SEBASTIÃO COSTA DE SOUSA<sup>2</sup>,  
VALDOMIRO ANDRADE MOTA DE MORAIS<sup>3</sup>,

<sup>1</sup>Graduando, Eng. agrônômica, IFSertãoPE, Petrolina-PE, vanderlan.fernandes@aluno.ifsertao-pe.edu.br

<sup>2</sup>Eng. Agrícola, Prof. Doutor., IFSertãoPE, Petrolina-PE, sebastiao.costa@ifsertao-pe.edu.br

<sup>3</sup>Graduado em Ciência da Computação, Prof. Especialista, IF Sertão-PE, Petrolina-PE, valdomiro.morais@ifsertao-pe.edu.br

Apresentado no  
LII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola - CONBEA 2023  
18 a 21 de outubro de 2023 – Ribeirão Preto - SP, Brasil

**RESUMO:** Para dimensionamentos de sistemas de irrigação, a perda de carga é um dos fatores mais importantes desse processo, a equação de Darcy-Weisbach é a principal para a sua determinação, entretanto apresenta um complicador que é o fator de atrito  $f$ . Este tem equações específicas para a sua estimativa dependendo do regime de fluxo, sendo o fluxo turbulento liso o mais recorrente em sistemas de irrigação pressurizada. Para obtenção do fator  $f$  nesse cenário a equação indicada é a de Von Kármán, entretanto para sua resolução é demandado um processo iterativo. Devido a isso diversos modelos que o estima nessa situação de forma explícita foram propostos, a cita o modelo de Sousa e Dantas Neto e Swamee. Diante disso o objetivo desse trabalho foi avaliar a precisão das equações de Sousa e Dantas Neto e Swamee em relação a de Von Kármán para a determinação do fator de atrito, para os cenários mais recorrente de sistemas de irrigação pressurizada. Verificou-se que ambas as equações obtiveram classificação excelente para teste estatísticos, entretanto a equação Sousa e Dantas Neto foi a que melhor performou nos demais critérios utilizados para avaliação da acurácia, nos 297 cenários testados.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sousa e Dantas Neto (2014), Willmott, Von Kármán.

### ACCURACY ANALYSIS OF EXPLICIT EQUATIONS FOR DETERMINING THE DARCY-WEIS FRICTION FACTOR

**ABSTRACT:** For sizing irrigation systems, the loss of head is one of the most important factors in this process, the Darcy-Weisbach equation is the main one for its determination, however it presents a complicating factor which is the friction factor  $f$ . This has specific equations for its estimation depending on the flow regime, with smooth turbulent flow being the most recurrent in pressurized irrigation systems. To obtain the factor  $f$  in this scenario, the indicated equation is that of Von Kármán, however an interactive process is required for its resolution. Due to this, several models that explicitly estimate it in this situation were proposed, citing the model by Sousa and Dantas Neto and Swamee. Therefore, the objective of this work was to evaluate the accuracy of the Sousa and Dantas Neto and Swamee equations in relation to Von Kármán's for the determination of the friction factor, for the most recurrent scenarios of pressurized irrigation systems. It was verified that both equations obtained an excellent classification for statistical tests, however the Sousa and Dantas Neto

equation was the one that performed best in the other criteria used to evaluate accuracy, in the 297 scenarios tested.

**KEYWORDS:** Sousa e Dantas Neto (2014), Willmott, Von Kármán.

**INTRODUÇÃO:** Para o dimensionamento de sistemas de irrigação é imperativo análise hidráulica apropriada (Silva e Tolentino Júnior, 2020), sendo necessário para isto, a estimativa da perda de carga, pois é um dos componentes mais importante do dimensionamento (Pimenta et al., 2018). Esta estimativa pode ser realizada através de uma série de equações, mas segundo Azevedo Netto et al. (2015), Sousa (2018) e Jardim et al, (2021) a mais adequada é de Darcy-Weisbach, entretanto essa apresenta um complicado para a sua resolução, o fator de atrito  $f$  que dependendo do regime de fluxo serão utilizadas diferentes equações para a usa estimativa.

Em sistema de irrigação o fluxo geralmente recebe a classificação de turbulento, sendo comumente utilizada a equação de Colebrook-White (Pimenta, 2017), contudo autores como Porto (2006), Sousa e Dantas Neto (2014) e Azevedo Netto et al. (2015) dentre outros, a recomendam apenas para fluxo turbulento transitório, a equação de Von Kármán para o turbulento liso e a Nikuradse para turbulento rugoso.

As duas equações usadas para a determinação do fato atrito  $f$  no fluxo turbulento liso são implícitas, ou seja, é necessário um processo iterativo para a sua resolução, fazendo com que seu uso seja dificultado. Partiu disto diversos modelos matemático foram proposto com diferentes graus de complexidade e precisão como forma de contornar isso, a cita o de Swamee e o de Sousa e Dantas Neto (2014).O objetivo deste trabalho foi avaliar o desempenho e a precisão das equações Sousa e Dantas Neto (2014) e Swamee em relação a de Von Kármán para a determinação do fator de atrito  $f$ .

**MATERIAL E MÉTODOS:** O estudo foi realizado a partir de rotinas de cálculos em planilhas eletrônicas do Microsoft Excel® 2019, simulando cenários 297, que foram gerados da interação entre valores de 0,0100, 0,0010, e 0,0001 mm de rugosidades absolutas, de 0,4, 0,6, 1,0, 1,5, 2,0, 2,5 3,0, 3,5 e 4,0 m s<sup>-1</sup> de velocidades de fluxo e de 13,0, 16,0, 20,6, 35,7, 48,1, 72,5, 97,6, 120,0, 193,0, 299,8, 489,8 mm diâmetros internos de tubulações, para assim contemplar os cenários mais comum de sistema de irrigação(Gomes, 1999). Para cada uma das simulações foram gerados valores do fator de atrito  $f$  para as equações de Von Kármán (equação 1), Sousa e Dantas Neto (2014)(equação 2) e Swamee (equação 3). No caso das equações implícitas foi utilizado o método de numérico de Newton-Raphson para resolução.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left( \frac{2,51}{\text{Rey} \cdot \sqrt{f}} \right) \quad (1)$$

$$f = 0,1114 \cdot \text{Di}^{-0,2333} \cdot \text{Rey}^{-(0,1638 \cdot \text{Di}^{-0,0964})} \quad (2)$$

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{\text{Rey}} \right) + \left[ \ln \left( \frac{\varepsilon}{3,7 \cdot \text{Di}} + \frac{5,74}{\text{Rey}^{0,9}} \right) - \left( \frac{2500}{\text{Rey}} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125} \quad (3)$$

Em que:

$f$  - Fator de atrito  $f$  da equação de Darcy-Weisbach, adimensional;

Rey - Número de Reynolds, adimensional;

$\varepsilon$  – rugosidade absoluta, m e

Di – Diâmetro interno da tubulação, m.

Posteriormente realizou-se a classificação do regime de fluxo, e aferiu o desempenho estatístico e a classificação de acordo com Tabela 1 para as equações 2 e 3 em comparação a

equação 1, pelo índice de concordância de Willmott – d, coeficiente de correlação – r, índice de desempenho – c, erro quadrático médio-EQM e o erro percentual relativo – EP, sendo que as médias desses erros foram submetidas a uma análise de variância (Anova) com o teste F, classificação de médias por Tukey e a comparação por contrastes não ortogonais pelo teste de Scheffé, ambos a 5%.

Tabela 1. Critérios indicados para classificação do índice de concordância, coeficiente de correlação e do índice de desempenho segundo Silva et al. (2022)

Índice de concordância (d)	Coeficiente de correlação (r)	Índice de desempenho (c)	Classificação
0,95 – 1,00	0,95 – 1,00	0,90 – 1,00	Excelente
0,89 – 0,95	0,89 – 0,95	0,80 – 0,90	Ótimo
0,84 – 0,89	0,84 – 0,89	0,70 – 0,80	Muito bom
0,77 – 0,84	0,77 – 0,84	0,60 – 0,70	Bom
0,71 – 0,77	0,71 – 0,77	0,50 – 0,60	Moderadamente bom
0,63 – 0,71	0,63 – 0,71	0,40 – 0,50	Moderado
0,55 – 0,63	0,55 – 0,63	0,30 – 0,40	Moderadamente ruim
0,45 – 0,55	0,45 – 0,55	0,20 – 0,30	Ruim
0,32 – 0,45	0,32 – 0,45	0,10 – 0,20	Muito ruim
0,00 – 0,32	0,00 – 0,32	0,00 – 0,10	Terrível

**RESULTADOS E DISCUSSÃO:** Como esperado em todos os cenários o regime de fluxo foi classificado como turbulento liso, tornado assim as equações sejam aplicáveis (Sousa e Dantas Neto, 2014). As equações de Sousa e Dantas Neto (2014) e de Swamee receberam a classificação excelente em todas as situações testadas, sempre com resultados muito próximo de 1, mesmo no pior cenário o valor do índice de desempenho c foi de 0,9631 para equação de Swamee na rugosidade absoluta 0,01 mm com o diâmetro interno de 13 mm e de 0,9990 para a equação de Sousa e Dantas Neto (2014) no diâmetro interno de 13 mm. Os erros quadro médio (EQM) de todas as equações obtiveram valores muito próximo a zero, entretanto a Sousa e Dantas Neto (2014) foi a que mostrou a menor variação, oscilando entre 0,0001 a 0,0002, enquanto a de Swamee foi de 0,0000 a 0,0020, mostrando assim a precisão da equação de Sousa e Dantas Neto (2014). Entretanto esses testes estatísticos não se mostraram sensíveis suficiente para o tipo análise pretendido nesse estudo, pois mesmo em cenários extremos (maiores velocidade de fluxo e rugosidade absoluta e menores diâmetros internos) com erros superiores a 12% a equação de Swamee foi classificada como excelente e os EQM ficaram muito próximos de zero, sendo essa situação similar a descrita por Andrade e Carvalho (2001). Recorrendo-se assim a análise de variância e aos testes de comparação de médias de Tukey e pelos contrastes, sendo possível observar diferença entre os modelos com essas análises, com a equação de Sousa e Dantas Neto (2014) demonstrando a menor média do erro relativo absoluto e erro máximo inferior a média do erro absoluto da equação de Swamee (Figura 1)

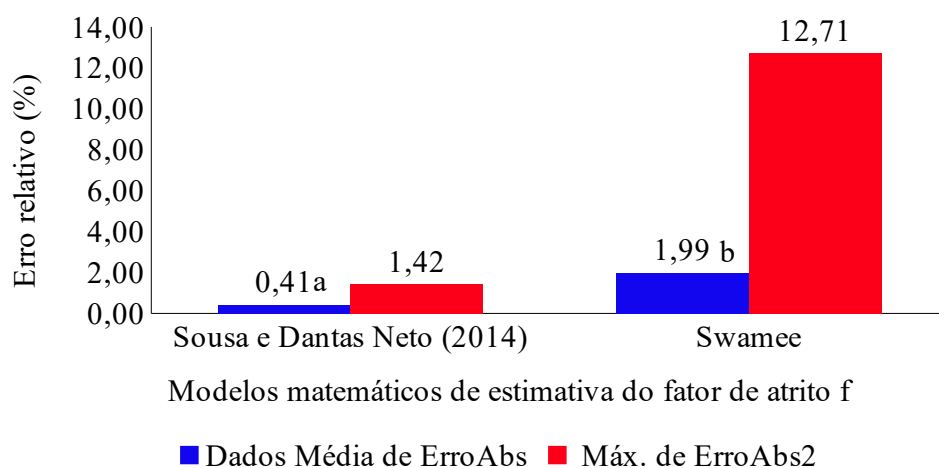


Figura 1. Erros percentuais relativos absolutos médios (com classificação de Tukey e Scheffer a 5% de probabilidade) e máximos, gerados por modelos matemáticos de estimativa do fator de atrito  $f$ , em comparação a equação de Von Kármán.

Essa maior acurácia do modelo de Sousa e Dantas Neto (2014) quando comparado a equação Swamee em relação a de equação Von Kármán é devido principalmente a rugosidade absoluta não ser uma de suas variáveis, assim como não está presente na equação Von Kármán, mas esta dentre as da equação Swamee, fazendo assim que nos cenários de rugosidade absoluta de 0,0001 mm os erros reduzisse para valores inferiores a 1%, e atingissem patamares superiores a 10% com a mesma igual a 0,0100 mm, sendo que nessas situações de menor precisão tando a rugosidade absoluta como a velocidade fluxo estavam em seus maiores valores testado, e o diâmetro em seus menores, assim como observara Andrade e Carvalho (2001), Yoo e Singh (2010), Brkić (2010), Samadianfard (2012) e Sousa e Dantas Neto (2014) as equações para determinação do fator atrito  $f$  que são compostas por essas variáveis, tente a estimar valores mais altos para esses cenários extremos. A equação de Swamee demonstrou um comportamento côncavo quando se observa os erros relativos médios em função da rugosidade absoluta(Figura 2), esse efeito e devido as expoentes presentes na equação.

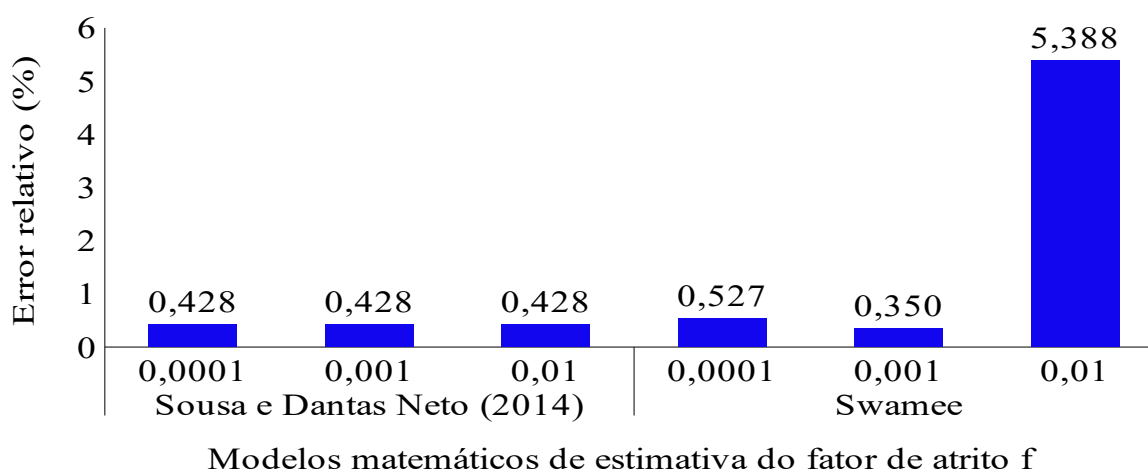


Figura 2. Erros absolutos médios gerados por modelos matemáticos de Sousa e Dantas Neto (2014) e Swamee em comparação a equação de Von Kármán, para 0,0100, 0,0010 e 0,0001 mm rugosidades absolutas do conduto

A influência da velocidade de fluxo no erro da equação de Swamee e de forma de indireta, pois essa uma das variáveis do Número de Reynolds que está presente equação de tando na

equação de Von Kármán como na de Swamee, entretanto o aumento velocidade ocasiona perda de influência dos termos em que o Número de Reynolds estão presente, fazendo o termo em que a rugosidade absoluta é membros predomine no resultado, ocasionando erros maiores na rugosidade de 0,0100 mm e menores na de 0,0001 mm (Figura 3a e 3b).

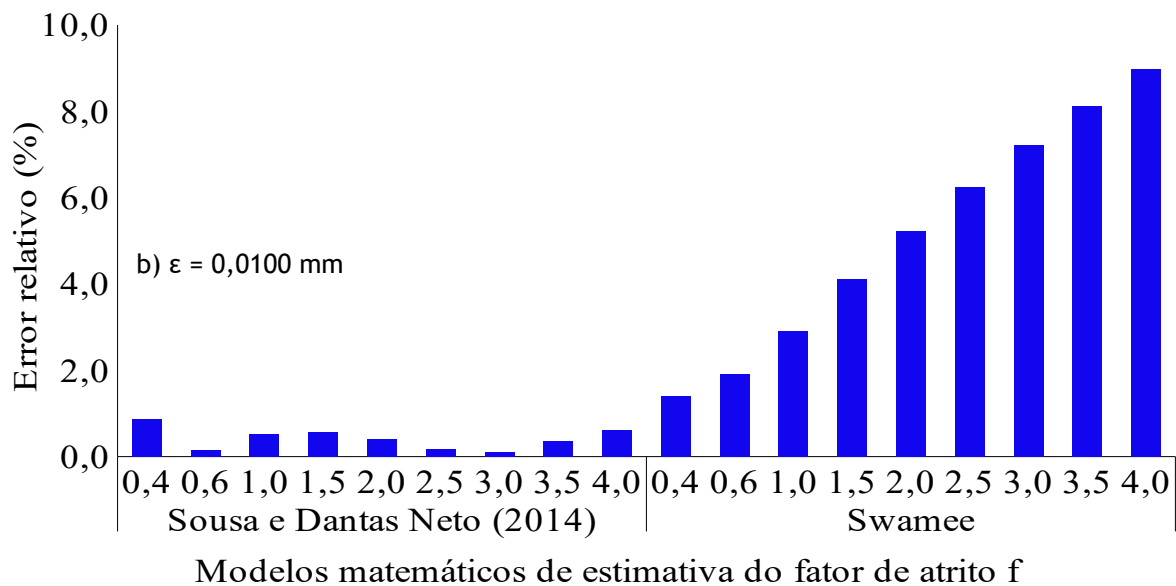
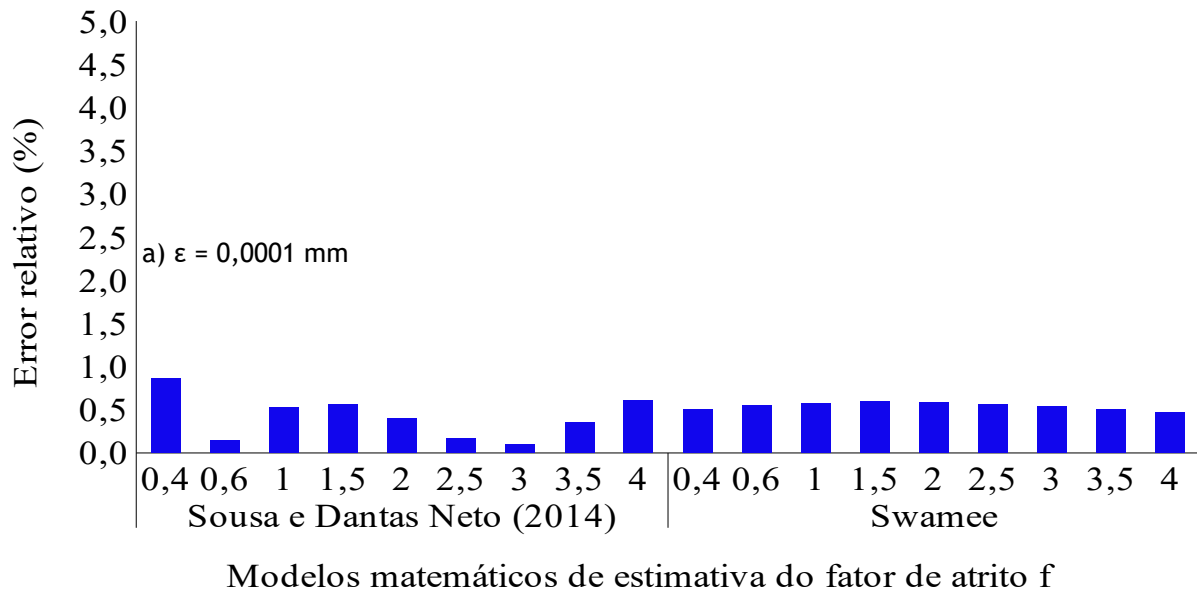
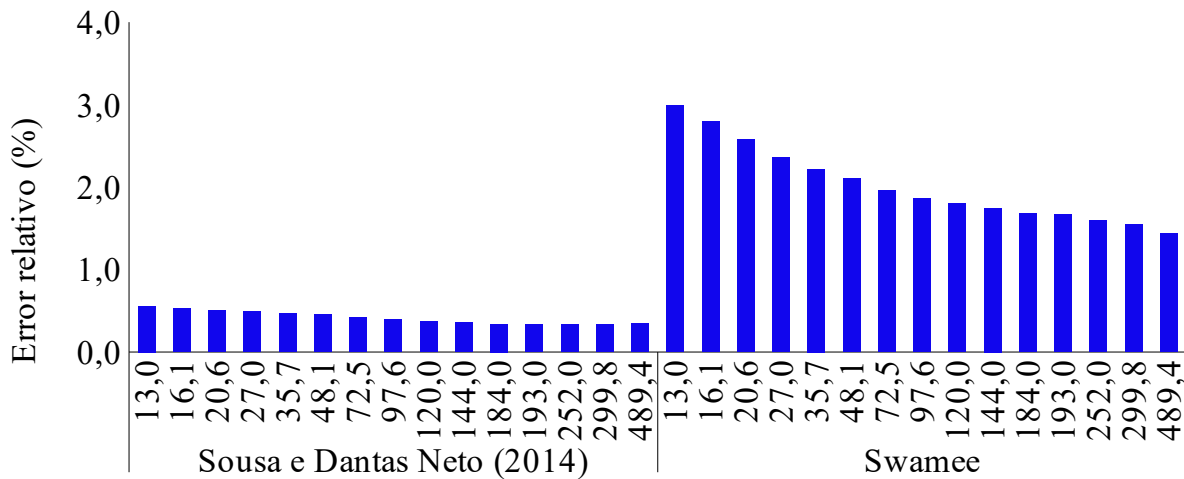


Figura 3. Erros absolutos gerados por modelos Sousa e Dantas Neto (2014) e Swamee em comparação a equação de Von Kármán, para diferentes velocidades de fluxo e rugosidades absolutas.

A interferência do diâmetro interno no erro é ocasionado pela a sua presença como denominador do termo onde a rugosidade absoluta está presente como numerado, e por mas que ele assim como a velocidade seja uma variáveis do Número de Reynolds, a sua influência é maior na rugosidade relativa para cenários testados, reduzindo assim o impacto da rugosidade absoluta no resultado com o seu aumento, causando redução no error gerado pela a equação conforme é possível observar na figura 4.



Modelos matemáticos de estimativa do fator de atrito  $f$

Figura 4. Erros absolutos médios gerados por modelos matemáticos em comparação a equação de Von Kármán, para diferentes diâmetros internos dos condutos

**CONCLUSÕES:** Ambas as equações receberam a classificação excelente pelos testes estatísticos de Willmott e de desempenho, em comparação a de Von Kármán, para dos cenários testados. Entretanto equação de Sousa e Dantas Neto (2014) foi a que melhor performou nos demais critérios analisados para a determinação do fator de atrito  $f$  da equação de Darcy-Weisbach.

#### REFERÊNCIAS:

ANDRADE, L.; CARVALHO, J. A. Análise da equação de Swamee-Jain para cálculo do fator de atrito. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, Campina Grande, v.5, n.3, p.554-557, 2001.

AZEVEDO NETTO, J. M.; FERNÁNDEZ, M. F. **Manual de hidráulica**. 9. ed. São Paul: Blucher, 2015. 632 p.

BRKIĆ, D. Review of explicit approximations to the Colebrook relation for flow friction. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Amsterdã, v. 77, n. 1, p. 34-48, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2011.02.006>

GOMES, H. P. **Engenharia de irrigação: hidráulica dos sistemas pressurizados, aspersão e gotejamento**. 3. ed. Campina Grande: Ed. UFPB, 1999. 412p.

JARDIM, A. M. R. F.; SILVA, J. R. I.; SILVA, M. V.; SOUZA, L. S. B.; ARAÚJO JÚNIOR, G. N.; ALVES, H. K. M. N.; MESQUITA, M.; SOUZA, P. J. O. P.; CASTRO, A. H. Modelling the Darcy–Weisbach friction factor and the energy gradient of the lateral line. **Irrigation and Drainage**, Hoboken v. 71, n. 2, p. 320-332, 2022.

PIMENTA, B. D. **Análise de formulações explícitas do coeficiente de perda de carga em condutos pressurizados**. Dissertação (Mestrado em engenharia agrícola) Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria. 2017.

PIMENTA, B. D.; ROBAINA, A. D.; PEITER, M. X.; PEREIRA, A. C.; RODRIGUES, A. S.; LOREGIAN, M. V. Desempenho e precisão de equações explícitas do coeficiente de perda

de carga em regime de fluxo turbulento. **Revista Brasileira de Agricultura Irrigada**, Fortaleza, v. 12, n. 2, p. 2443, 2018. DOI: 10.7127/rbai.v12n200743

PORTO, R. M. **Hidráulica Básica**. 4. ed. São Carlos: EESC-USP, 2006. 540 p.

SILVA, J. G.; PEITER, M. X.; ROBAIANA, A. D.; BRUNING, J.; CHAIBEN NETO, M.,; FERREIRA, L. D. Simplified Scobey formula for determining head loss in pressurized pipes. **Revista Brasileira de Agricultura Irrigada**, v. 16, p. 31-41, 2022. DOI: <https://doi.org/10.7127/rbai.v1601254>

SILVA, F. O.; TOLENTINO JÚNIOR, J. B. Otimização do dimensionamento hidráulico de uma subunidade de irrigação localizada. **Irriga**, Botucatu, v. 25, n. 4, p. 697-703, 2020. DOI: <https://doi.org/10.15809/irriga.2020v25n4p697-703>

SAMADIANFARD, S. Gene expression programming analysis of implicit Colebrook–White equation in turbulent flow friction factor calculation. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Amsterdã, v. 92, p. 48-55, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2012.06.005>

SOUSA, J. S. C.; DANTAS NETOS, J. Equação explícita para cálculo do fator de atrito de Darcy-Weisbach em projetos de irrigação pressurizada1. **Irriga**, Botucatu, v. 19, n. 1, p. 137-148, 2014. DOI: <https://doi.org/10.15809/irriga.2014v19n1p137>

SOUSA, J. S. C. Equações de perda de carga para dimensionamentos hidráulicos em projetos de irrigação pressurizada. **Revista Brasileira de Agricultura Irrigada** v.12, nº.7, p. 3159 - 3168, 2018 DOI: <https://doi.org/10.7127/rbai.v12n7001041>

YOO, D. H.; SINGH, Vijay P. Explicit design of commercial pipes with secondary losses. **Journal of Hydro-Environment Research**, Amsterdã, v. 4, n. 1, p. 37-45, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jher.2009.12.003>