

## COMPARAÇÃO DE ESTIMADORES DE SEMIVARIÂNCIA DA PRODUTIVIDADE DA SOJA UTILIZANDO BOOTSTRAP ESPACIAL PARAMÉTRICO

GUSTAVO HENRIQUE DALPOSSO<sup>1</sup>, MIGUEL ANGEL URIBE-OPAZO<sup>2</sup>, MARCIO PAULO DE OLIVEIRA<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Matemático, Prof. Doutor, PPGbio, UTFPR, Toledo-PR, Fone: (45) 3379-6800, gustavodalposso@utfpr.edu.br

<sup>2</sup> Estatístico, Prof. Doutor, PGEAGRI, UNIOESTE, Cascavel-PR

<sup>3</sup> Matemático, Prof. Doutor, COMAT, UTFPR, Toledo-PR

Apresentado no  
L Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola - CONBEA 2021  
08 a 10 de novembro de 2021 - Congresso On-line

**RESUMO:** Neste trabalho utiliza-se o método bootstrap espacial paramétrico para comparar os estimadores das funções de semivariância de Genton, Dowd, Matheron e Cressie-Hawkins. Utilizando um conjunto de dados de produtividade da soja ( $t\ ha^{-1}$ ), ajustou-se aos semivariogramas experimentais o modelo Wave considerando o método dos mínimos quadrados. O método bootstrap espacial paramétrico foi utilizado para determinar o erro padrão das semivariâncias e obter as distribuições empíricas dos parâmetros dos modelos, possibilitando realizar inferências. Utilizou-se a krigagem ordinária para gerar os mapas temáticos e o índice Kappa para compará-los. O estimador da função semivariância de Genton se destacou em relação aos demais, mostrando ser uma alternativa ao tradicional estimador das semivariâncias experimentais proposto por Matheron.

**PALAVRAS-CHAVE:** geoestatística, estimador de Genton, estimador de Dowd.

## COMPARISON OF SOYBEAN YIELD SEMIVARIANCE ESTIMATORS USING PARAMETRIC SPATIAL BOOTSTRAP

**ABSTRACT:** This paper uses the parametric spatial bootstrap method to compare the estimators of the Genton, Dowd, Matheron and Cressie-Hawkins semivariance functions. Using a soybean yield ( $t\ ha^{-1}$ ) dataset, the Wave model was fitted to the experimental semivariograms considering the least squares method. The parametric spatial bootstrap method was used to determine the standard error of the semivariances and to obtain the empirical distributions of the models parameters, making it possible to make inferences. Ordinary kriging was used to generate the thematic maps and the Kappa index was used to compare them. The Genton semivariance function estimator stood out in relation to the others, proving to be an alternative to the traditional estimator of experimental semivariances proposed by Matheron.

**KEYWORDS:** geostatistic, Genton's estimator, Dowd's estimator.

**INTRODUÇÃO:** Os estimadores da função semivariância exercem um papel fundamental nos estudos da variabilidade espacial utilizando geoestatística, possibilitando obter o semivariograma, que define a estrutura de dependência espacial do fenômeno em estudo. Com

base nesta estrutura, é possível construir mapas por meio do preditor geostatístico krigagem. Existem vários estimadores da função semivariância na literatura, sendo o estimador clássico de Matheron o mais utilizado (CRESSIE, 2015). Este estimador não é robusto diante de adversidades nos dados, como a presença de *outliers* e ausência de normalidade (GENTON, 1988). Diversos estimadores foram propostos para reduzir estes efeitos (CRESSIE-HAWKINS, 1980; DOWD, 1984; GENTON, 1988) e, neste contexto, compará-los é tarefa importante, que pode servir de base para a escolha metodológica do estimador mais adequado. A comparação dos estimadores pode ser realizada com o método bootstrap espacial paramétrico (TANG et al., 2006), que possibilita determinar os erros-padrão das semivariâncias e as distribuições empíricas dos parâmetros dos modelos estimados, permitindo realizar inferências. O objetivo deste trabalho é comparar os estimadores da função semivariância de Genton, Dowd, Matheron e Cressie-Hawkins utilizando um conjunto de dados de produtividade da soja ( $t\ ha^{-1}$ ). Para complementar a análise, utilizou-se o índice Kappa para comparar os mapas obtidos por krigagem ordinária.

**MATERIAL E MÉTODOS:** Os dados utilizados neste trabalho (101 elementos amostrais (Figura 1(b)), foram coletados no ano agrícola 2020/2021 e são provenientes de uma área de 167,35 hectares, localizada na região Oeste do Paraná – Brasil. O clima da região é segundo a classificação de Köppen do tipo Cfa e o solo é classificado como Latossolo Vermelho distroférrico. Realizou-se uma análise exploratória pelos gráficos boxplot e post plot com objetivo de identificar o comportamento dos dados. A identificação da estrutura de dependência espacial foi realizada construindo semivariogramas experimentais omnidirecionais utilizando os estimadores da função semivariância de Genton (Equação 1), Dowd (Equação 2), Matheron (Equação 3) e Cressie-Hawkins (Equação 4).

$$2\hat{\gamma}(h) = (Q_{N(h)})^2, \quad [1]$$

em que,

$\hat{\gamma}(h)$  é a estimativa da função semivariância na distância  $h$ ;

$Q_{N(h)} = 2,2191\{|V_i(h) - V_j(h)|; i < j\}_{(k)}$ ;

$V_i(h) = Z(\mathbf{s}_i + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{s}_i)$ ; sendo  $\mathbf{s}_i = (x_i, y_i)$  e  $\mathbf{h} = (h, h)$ ;

2,2191 é a constante de consistência da distribuição normal;

$k = \left(\frac{\lfloor \frac{N(h)}{2} \rfloor + 1}{2}\right)$ ;

$\lfloor \frac{N(h)}{2} \rfloor$  denota a parte inteira de  $\frac{N(h)}{2}$ .

$$2\hat{\gamma}(h) = 2,198. \{mediana|y_i(h) - \tilde{y}(h)|\}^2 \quad [2]$$

em que,

$y_i(h) = Z(\mathbf{s}_i) - Z(\mathbf{s}_i + \mathbf{h})$ ;

$\tilde{y}(h)$  é a mediana de  $y_i(h)$ .

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (Z(\mathbf{s}_i + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{s}_i))^2 \quad [3]$$

em que,

$\hat{\gamma}(h)$  é a estimativa da função semivariância;

$Z(\mathbf{s}_i)$  é o valor da variável  $Z$  no ponto  $\mathbf{s}_i$ ;

$Z(\mathbf{s}_i + \mathbf{h})$  é o valor da variável  $Z$  no ponto  $\mathbf{s}_i + \mathbf{h}$ ;

$N(h)$  é o número de pares separados por uma distância  $h$ .

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{\left[ \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} |Z(\mathbf{s}_i + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{s}_i)|^2 \right]^{1/4}}{0,457 + \frac{0,494}{N(h)}}. \quad [4]$$

Aos semivariogramas experimentais ajustou-se o modelo Wave (DEUTSCH & JOURNAL, 1998) utilizando o método dos mínimos quadrados e calculou-se a medida de dependência espacial SDM (NETO et al., 2020). O método bootstrap espacial paramétrico, apresentado no Algoritmo 1, foi utilizado para determinar o erro-padrão das estimativas das semivariâncias e também para determinar as distribuições empíricas dos parâmetros dos modelos.

**Algoritmo 1:** Bootstrap espacial paramétrico (TANG et al., 2006).

- Considerando o conjunto de dados espaciais  $\{Z(\mathbf{s}_1), \dots, Z(\mathbf{s}_n)\}$ , determine o vetor dos resíduos  $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{(s)} = \mathbf{Z}(s) - \hat{\boldsymbol{\mu}}$  sendo  $\hat{\boldsymbol{\mu}} = (\mathbf{X}^T \hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1} \mathbf{Z}$  o estimador de mínimos quadrados de  $\boldsymbol{\mu}$  e  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$  a matriz de covariância estimada, respectivamente;
- Utilize o método de decomposição de Cholesky para obter  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{L}}^T$  em que  $\hat{\mathbf{L}}$  é uma matriz triangular de ordem  $n$ ;
- Utilize a distribuição normal padrão  $N(0,1)$  para criar um vetor de tamanho  $n$ , denominado de vetor de resíduos bootstrap paramétricos  $\boldsymbol{\varepsilon}_{PSB}^* = (\varepsilon_1^*, \dots, \varepsilon_n^*)^T$ ;
- A amostra bootstrap espacial é obtida recorrelacionando os resíduos bootstrap  $\mathbf{Z}^* = \hat{\boldsymbol{\mu}} + \hat{\mathbf{L}}\boldsymbol{\varepsilon}_{PSB}^*$ .

Os modelos obtidos foram utilizados para elaborar mapas por krigagem ordinária, que foram comparados utilizando o índice Kappa ( $\hat{K}$ ) (COHEN, 1960), utilizando a classificação proposta por FLEISS (1981). As análises foram realizadas no software Microsoft R Open (MICROSOFT R CORE TEAM, 2017) utilizando os pacotes georob (PAPRITZ, 2016), geoR (RIBEIRO JR & DIGGLE, 2001) e vcd (MEYER et al., 2006).

**RESULTADOS E DISCUSSÃO:** Os dados contém um *outlier* (Figura 1(a)), localizado ao leste (Figura 1(b)). Entre as regiões central e norte observa-se os maiores valores (duas últimas classes) e central e sul os menores valores (duas primeiras classes) (Figura 1(b)).

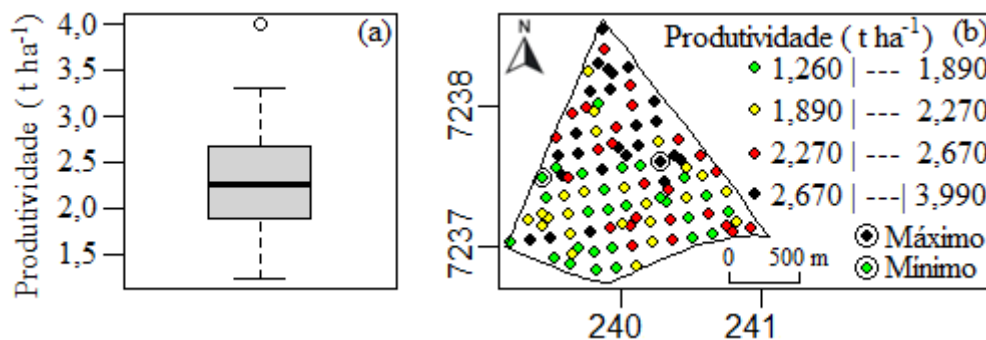


FIGURA 1.(a) Boxplot e (b) Post plot da produtividade da soja ( $t\ ha^{-1}$ ).

A Tabela 1 apresenta as semivariâncias estimadas por distância (Km) pré-definida (Lag) e os respectivos erros-padrão bootstrap. De maneira geral, a retirada do ponto discrepante implicou em uma redução nas estimativas das semivariâncias e dos erros-padrão (Tabela 1).

Tabela 1. Semivariâncias estimadas por distância (Km) pré-definida (Lag) e os respectivos erros-padrão bootstrap entre parênteses.

C Lag	<b>0,0716</b>	<b>0,1477</b>	<b>0,2433</b>	<b>0,3322</b>	<b>0,4353</b>	<b>0,5465</b>	<b>0,6338</b>	<b>0,7330</b>	<b>0,8403</b>	
Todos os pontos	G	0,1288 (0,0486)	0,2008 (0,0402)	0,2467 (0,0528)	0,2322 (0,0465)	0,2202 (0,0388)	0,2507 (0,0463)	0,2323 (0,0480)	0,2203 (0,0394)	0,2200 (0,0420)
	D	0,1125 (0,0560)	0,2079 (0,0599)	0,2692 (0,0728)	0,2427 (0,0569)	0,2427 (0,0516)	0,2638 (0,0644)	0,2427 (0,0592)	0,2638 (0,0517)	0,3204 (0,0618)
	M	0,1411 (0,0447)	0,2193 (0,0462)	0,2563 (0,0548)	0,2298 (0,0462)	0,2368 (0,0434)	0,2757 (0,0511)	0,2715 (0,0481)	0,2617 (0,0422)	0,3037 (0,0485)
	C-H	0,1296 (0,0462)	0,2113 (0,0487)	0,2521 (0,0612)	0,2351 (0,0505)	0,2275 (0,0454)	0,2795 (0,0558)	0,2652 (0,0527)	0,2556 (0,0444)	0,3069 (0,0521)
Sem outlier	G	0,1288 (0,0454)	0,1870 (0,0354)	0,2194 (0,0434)	0,2053 (0,0391)	0,2041 (0,0355)	0,2187 (0,0409)	0,2053 (0,0406)	0,2043 (0,0351)	0,2056 (0,0385)
	D	0,1125 (0,0518)	0,1938 (0,0524)	0,2532 (0,0635)	0,2325 (0,0530)	0,2225 (0,0480)	0,2532 (0,0601)	0,2325 (0,0557)	0,2479 (0,0480)	0,2971 (0,0577)
	M	0,1411 (0,0517)	0,1896 (0,0497)	0,2131 (0,0372)	0,2083 (0,0447)	0,2038 (0,0400)	0,2406 (0,0405)	0,2256 (0,0417)	0,2366 (0,0380)	0,2597 (0,0403)
	C-H	0,1296 (0,0429)	0,1935 (0,0427)	0,2239 (0,0512)	0,2211 (0,0442)	0,2072 (0,0412)	0,2572 (0,0487)	0,2355 (0,0464)	0,2359 (0,0406)	0,2810 (0,0468)

G: Estimador de Genton; D: Estimador de Dowd; M: Estimador de Matheron; C-H: Estimador de Cressie- Hawkins. C: Conjunto de dados utilizado.

As semivariâncias obtidas pelo estimador da função semivariância de Dowd apresentaram os maiores erros-padrão, tanto para o ajuste considerando todos os pontos quanto para o ajuste considerando a retirada do *outlier* (Tabela 1). Este fato indica que as semivariâncias estimadas considerando o estimador da função semivariância de Dowd são as menos precisas. Considerando as semivariâncias estimadas com todos os pontos, em 89% das distâncias pré-definidas, as semivariâncias obtidas pelo estimador da função semivariância de Genton apresentaram os menores erros-padrão (Tabela 1). A mesma análise considerando as semivariâncias estimadas sem o *outlier* indica que as semivariâncias estimadas considerando o estimador da função semivariância de Genton apresentaram os menores erros-padrão em 67% das distâncias pré-definidas. Este fato indica que as semivariâncias estimadas considerando o estimador da função semivariância de Genton são as mais precisas.

Em ambos os semivariogramas experimentais o comportamento das três primeiras semivariâncias é crescente e, após isto, ocorre um decréscimo e posteriormente os valores das semivariâncias voltam a subir (Tabela 1). Este comportamento já foi observado em alguns trabalhos relacionados a agricultura de precisão (SANTRA et al., 2008; AMIRINEJAD et al., 2011) e os melhores ajustes foram obtidos com o modelo Wave. Este modelo é amplamente utilizado quando há alguma periodicidade nos dados, resultando em um efeito de buraco devido a correlações positivas e negativas entre diferentes regiões distantes (MAHDI et al., 2020).

Diante desta constatação, para avaliar a robustez dos estimadores da função semivariância, utilizou-se o método dos mínimos quadrados ordinários para modelar as estruturas de dependência espacial observadas na Tabela 1 utilizando o modelo Wave, e os resultados são apresentados na Tabela 2. Considerando os modelos ajustados aos semivariogramas experimentais obtidos com os estimadores da função semivariância de Genton, Dowd e Cressie-Hawkins (Tabela 2), destaca-se que a retirada do ponto discrepante proporcionou uma leve alteração nos parâmetros dos modelos, entretanto, ambos os modelos apresentaram uma moderada dependência espacial ( $21 < \text{SDM} \leq 34$ ) (NETO et al., 2020).

Tabela 2. Parâmetros obtidos considerando o modelo Wave ajustado aos semivariogramas experimentais da produtividade da soja ( $t\ ha^{-1}$ ) e índice SDM.

Dados	Estimador	$\hat{\varphi}_1$	$\hat{\varphi}_2$	$\hat{\varphi}_3$	$\hat{a}$ (km)	SDM
Todos os pontos	Genton	0,0954	0,1319	0,0542	0,4853	26,67
	Dowd	0,0507	0,2033	0,0492	0,4412	28,48
	Matheron	0,0942	0,1607	0,0500	0,4481	25,67
	C-H	0,0797	0,1725	0,0505	0,4525	27,00
Sem outlier	Genton	0,1027	0,1025	0,0523	0,4686	23,89
	Dowd	0,0583	0,1811	0,0500	0,4477	28,09
	Matheron	0,0000	0,2148	0,0283	0,0846	06,10
	C-H	0,0893	0,1409	0,0504	0,4516	25,49

$\hat{\varphi}_1$ : Efeito pepita;  $\hat{\varphi}_2$ : Contribuição;  $\hat{\varphi}_3$ : Parâmetro de alcance;  $\hat{a}$ : Alcance; C-H: Cressie-Hawkins; SDM: Medida de dependência espacial.

Na Tabela 2, o modelo ajustado ao semivariograma experimental obtido com o estimador da função semivariância de Matheron considerando o conjunto de dados sem o *outlier* comportou-se de maneira distinta dos demais modelos, pois apresentou efeito pepita zero, seu alcance foi consideravelmente inferior aos demais e, além disso, o modelo indicou uma fraca dependência espacial  $0 \leq SDM \leq 21$  (NETO et al., 2020). A Figura 2 apresenta os gráficos boxplots das réplicas bootstrap dos parâmetros dos modelos apresentados na Tabela 2.

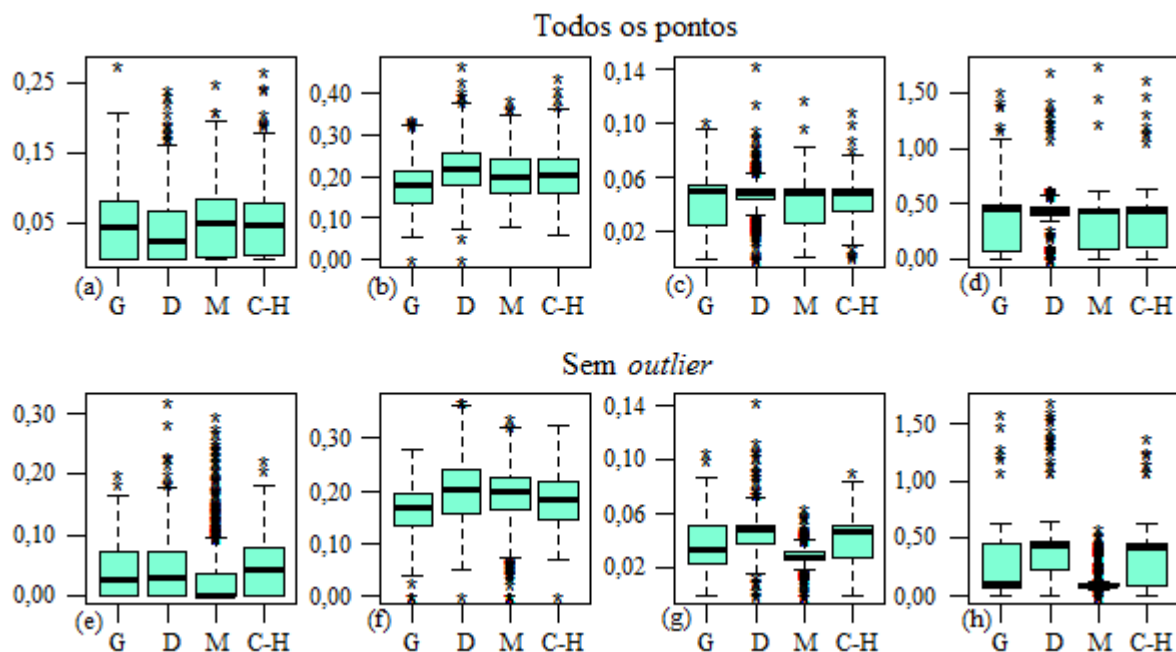


FIGURA 2. Boxplots das réplicas bootstrap dos parâmetros dos modelos. Considerando todos os pontos: (a) Efeito pepita -  $\hat{\varphi}_1$ , (b) Contribuição -  $\hat{\varphi}_2$ , (c) Parâmetro de alcance -  $\hat{\varphi}_3$  e (d) Alcance -  $\hat{a}$ . Sem o *outlier*: (e) Efeito pepita -  $\hat{\varphi}_1$ , (f) Contribuição -  $\hat{\varphi}_2$ , (g) Parâmetro de alcance -  $\hat{\varphi}_3$  e (h) Alcance -  $\hat{a}$ . G: Estimador de Genton; D: Estimador de Dowd; M: Estimador de Matheron; C-H: Estimador de Cressie- Hawkins.

Comparando as réplicas bootstrap do efeito pepita ( $\hat{\varphi}_1$ ) dos modelos ajustados considerando todos os dados (Figura 2 (a)) e considerando a retirada do *outlier* (Figura 2 (e)), destaca-se a diferença entre os *boxplots* dos modelos obtidos com o estimador da função semivariância de Matheron. Enquanto a distribuição das réplicas bootstrap do efeito pepita ( $\hat{\varphi}_1$ ) obtidas do

ajuste considerando todos os pontos ficou parecida à distribuição das réplicas bootstrap do efeito pepita  $\hat{\phi}_1$  dos demais modelos (Figura 2 (a)), a distribuição das réplicas bootstrap do efeito pepita  $\hat{\phi}_1$  considerando a retirada do *outlier* apresentou um comportamento distinto, com mediana igual a zero e diversos valores classificados como discrepantes (Figura 2 (e)). Em relação as réplicas bootstrap da contribuição ( $\hat{\phi}_2$ ), do parâmetro de alcance ( $\hat{\phi}_3$ ) e do alcance ( $\hat{\alpha}$ ) destaca-se que, independente da retirada do *outlier*, as réplicas obtidas do estimador da função semivariância de Dowd apresentaram uma maior amplitude de variação, figurando-se como as mais instáveis.

Como o interesse da análise não se esgota em modelar a estrutura de variabilidade espacial e, neste caso, queremos obter um detalhamento da produtividade da soja ( $t\ ha^{-1}$ ) que vai além do permitido pelos pontos amostrais, utilizou-se as informações dos modelos para elaborar os mapas da Figura 3.

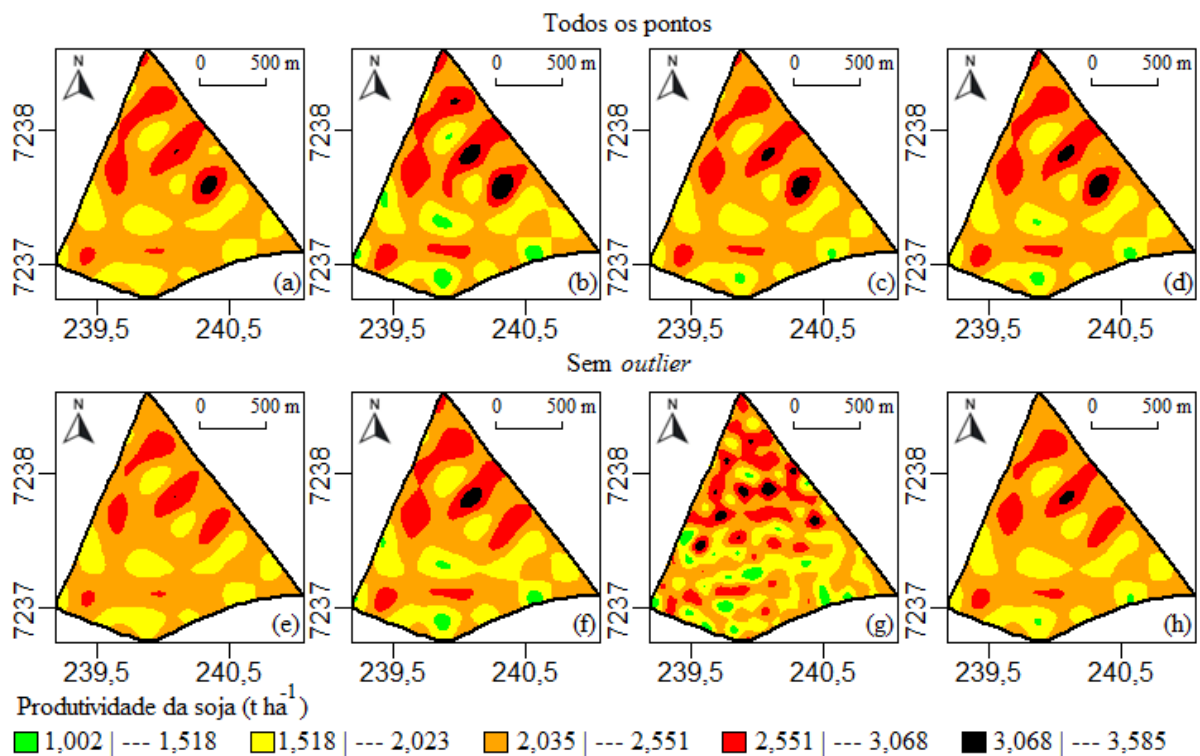


FIGURA 3. Mapas da produtividade da soja ( $t\ ha^{-1}$ ) elaborados por krigagem ordinária. Considerando todos os pontos e o estimador da função semivariância de: (a) Genton, (b) Down, (c) Matheron e (d) C-H (Cressie-Hawkins). Sem o *outlier* e o estimador da função semivariância de: (e) Genton, (f) Down, (g) Matheron e (h) C-H (Cressie-Hawkins).

Visualmente, o comportamento da produtividade da soja ( $t\ ha^{-1}$ ) nos mapas elaborados com todos os pontos amostrais (Figuras 3(a), 3(b), 3(c) e 3(d)) é similar, destacando-se a região do *outlier* na última classe da legenda. Com a retirada do *outlier*, observa-se que nos mapas provenientes dos estimadores da função semivariância de Genton (Figura 3(e)), Dowd (Figura 3(f)) e Cressie-Hawkins (Figura 3(g)), a região do *outlier* deixa de apresentar valores na última classe da legenda, mas, no entanto, as demais regiões não são muito impactadas.

Ao comparar visualmente o mapa da produtividade da soja ( $t\ ha^{-1}$ ), obtido do ajuste aos dados sem *outlier* considerando o estimador da função semivariância de Matheron (Figura 3(g)), com os demais mapas da Figura 3, destaca-se uma considerável diferença. O que fica evidenciado neste mapa são as diversas regiões circulares em torno dos pontos amostrais. Este comportamento já foi observado por DALPOSSO et al. (2018) em um mapa da produtividade

da soja ( $t\ ha^{-1}$ ) e, segundo os autores, é causado pelo fato do alcance do modelo ser próximo da distância mínima entre pontos amostrais.

No caso deste modelo, tem-se um alcance de 84,6 metros (Tabela 1) e, observando o distanciamento entre todos os pares de pontos utilizados (Figura 1(b)), tem-se que, dos 5050 possíveis pares, apenas 24 (0,47%) apresentam distância inferior ou igual ao alcance. Desta forma, a grande maioria dos pares de pontos estão a uma distância maior que o raio de dependência espacial indicado pelo modelo, o que justifica o aparecimento das regiões circulares, fenômeno este também conhecido como “*bull eyes effect*” (MENEZES et al., 2016). Como uma análise visual acaba sendo subjetiva, utilizou-se o índice Kappa para quantificar as diferenças observadas nos mapas e o resultado é apresentado na Tabela 3.

Tabela 3. Comparação entre os mapas obtidos considerando os estimadores da função semivariância com e sem *outlier*.

Comparação realizada	$\hat{K}$
Genton com todos os pontos x Genton sem <i>outlier</i>	0,81
Matheron com todos os pontos x Matheron sem <i>outlier</i>	0,20
Dowd com todos os pontos x Dowd sem <i>outlier</i>	0,83
Cressie- Hawkins com todos os pontos x Cressie-Hawkins sem <i>outlier</i>	0,83

$\hat{K}$ : índice Kappa.

De forma geral destaca-se que ao comparar os mapas que consideraram o estimador da função semivariância de Matheron com e sem *outlier* a similaridade foi fraca ( $\hat{K} < 0,4$ ). A mesma comparação utilizando os estimadores da função semivariância de Genton, Dowd e Cressie-Hawkins indicou uma alta similaridade entre os mapas ( $\hat{K} \geq 0,75$ ) (FLEISS, 1981).

**CONCLUSÕES:** O método bootstrap espacial paramétrico permitiu comparar os estimadores da função semivariância. Nesta aplicação com dados de produtividade da soja ( $t\ ha^{-1}$ ), o estimador da função semivariância de Genton se destacou por apresentar os menores erros-padrão das semivariâncias calculadas e proporcionar o modelo com maior alcance, figurando-se como uma alternativa ao tradicional estimador de Matheron.

**AGRADECIMENTOS:** Os autores agradecem a UTFPR, UNIOESTE, CAPES – Código de Financiamento 001, CNPq e Laboratório de Estatística Espacial - LEE/UNIOESTE.

## REFERÊNCIAS

AMIRINEJAD, A.A.; KAMBLE, K.; AGGARWAL, P.; CHAKRABORTY, D.; PRADHAN, S.; MITTAL, R.B. 2011. Assessment and mapping of spatial variation of soil physical health in a farm. *Geoderma*, v.160, n.3-4, p.292-303.

COHEN, J. 1960. A coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and Psychological Measurement*, v.20, n.1, 37-46.

CRESSIE, N., HAWKINS, M. 1980. Robust estimation of the variogram I. *Mathematical Geology*, 12(2):115-125.

CRESSIE, N. A. C. 2015. Statistics for spatial data. Revised Edition. New York: J. Wiley, 928p.

DOWD, P. A. 1984. The variogram and kriging: robust and resistant estimators. Geostatistics for natural resources characterization. Springer: Dordrecht, p. 91-106.

DALPOSSO, G.H.; URIBE-OPAZO, M.A.; JOHANN, J.A.; GALEA, M.; DE BASTIANI, F. 2018. Gaussian spatial linear model of soybean yield using bootstrap methods. Engenharia Agrícola, n.38, v.1, p.110-116.

DEUTSCH, C. V.; JOURNEL, A.; G. 1998. GSLIB: geostatistical software library and user's guide 2nd ed.: Oxford University Press, New York, 369 pp.

GENTON, M.G. 1998. Highly Robust Variogram Estimation. Mathematical Geology, v.30, n.2, p.213-221.

FLEISS, J.L. 1981. Statistical methods for rates and proportions. 2<sup>nd</sup> ed. New York: John Wiley.

MAHDI, E.; ABUZOID, A.H.; ATTA, A.M.A. 2020. Empirical variogram for achieving the best valid variogram. Communications for Statistical Applications and Methods, v.27, p.547-568.

MENEZES, M.D.; SILVA, S.H.G.; MELLO, C.R.; OWENS, P.R.; CURI, N. 2016. Spatial prediction of soil properties in two contrasting physiographic regions in Brazil. Scientia Agrícola, n.73, v.3, p.274-285.

MEYER, D.; ZEILEIS, A.; HORNIK, K. 2006. vcd: Visualizing Categorical Data. R package version 1.0-0. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=vcd>>

MICROSOFT R CORE TEAM. (2017). Microsoft R Open. Microsoft, Redmond, Washington. Disponível em: <<https://mran.microsoft.com/>>

NETO, E.A.; SEIDEL, E.J.; OLIVEIRA, M.S. 2020. Geostatistical-based index for spatial variability in soil properties. Revista Brasileira de Ciência do Solo, 44:e0200086.

PAPRITZ, A. (2016). georob: Robust Geostatistical Analysis of Spatial Data. R package version 0.3-1. Disponível em: <<https://CRAN.R-project.org/package=georob>>

RIBEIRO JR, P.J.; DIGGLE, P.J. 2001. geoR: A Package For Geostatistical Analysis. R News, v.1, n.2,p.15–18. Disponível em:<<http://CRAN.R-project.org/doc/Rnews/>>

SANTRA, P.; CHOPRA, U.K.; CHAKRABORTY, D. 2008. Spatial variability of soil properties and its application in predicting surface map of hydraulic parameters in an agricultural farm. Current Science, v.95, n.7, p. 937-945.

TANG, L.; SCHUCANY, W.; WOODWARD, W.; GUNST, R. (2006) A parametric spatial bootstrap. Technical Report SMU-TR-337. Dallas, Southern Methodist University.