

## DESAFIOS E DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA PLANEJAMENTO DA TRAJETÓRIA DE UM VEÍCULO AUTÔNOMO PARA USO NA AGRICULTURA DE PRECISÃO

NIVIA MARIA KINALSKI<sup>1</sup>, ANTONIO CARLOS VALDIERO<sup>2</sup>, JOSÉ ANTONIO GONZALES DA SILVA<sup>3</sup>, LUIZ ANTÔNIO RAZIA<sup>4</sup>, IVAN JUNIOR MONTOVANI<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Doutoranda em Modelagem Matemática, DCEEng/UNIJUI Campus Panambi, (55) 3375-4466, nivia.kinalski@unijui.edu.br

<sup>2</sup> Dr. Eng. Mec., DCEEng/UNIJUI Campus Panambi

<sup>3</sup> Dr. Agrônomo, DEAG/UNIJUI Campus Ijuí,

<sup>4</sup> Dr. Eng. El., DCEEng/UNIJUI Campus Panambi

<sup>5</sup> Eng. Mec., Mestrando, POSMEC/UFSC

Apresentado no  
XLVI Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola - CONBEA 2017  
30 de julho a 03 de agosto de 2017 - Maceió - AL, Brasil

**RESUMO:** Apresentam-se os resultados da pesquisa sobre os desafios do planejamento de trajetórias para robôs móveis e o desenvolvimento de uma proposta de modelagem matemática para o planejamento da trajetória de um veículo autônomo experimental para uso na agricultura de precisão. A agricultura de precisão pode ser definida como o gerenciamento agrícola que considera a variabilidade espacial da lavoura para maximizar o retorno econômico e minimizar os prejuízos ambientais. Ao mesmo tempo a automação e a robótica móvel permitem a humanização de tarefas agrícolas insalubres e prejudiciais à saúde humana e o aumento da produtividade, sendo objeto de pesquisas na literatura recente em engenharia agrícola. Um dos aspectos importantes para o desempenho adequado do robô agrícola móvel é o planejamento de trajetória que guia o robô de um ponto ao outro englobando uma lista de segmentos de caminho que podem ser de vários tipos, tais como linhas, arcos, splines e funções polinomiais. A metodologia utilizada consiste da revisão bibliográfica em literatura científica recente, desenvolvimento de uma proposta de modelagem matemática considerando-se obstáculos com posição conhecida e sem restrições de dinâmica do veículo, simulação computacional e a validação experimental num protótipo. Pretende-se contribuir para o desenvolvimento da robótica móvel de baixo custo.

**PALAVRAS-CHAVE:** planejamento de trajetórias, robótica móvel, Agricultura de Precisão

## CHALLENGES AND DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR THE PLANNING OF THE TRAJECTORY OF AN AUTOMOTIVE VEHICLE FOR USE IN PRECISION AGRICULTURE

**ABSTRACT:** The results of the research about the challenges of trajectory planning for mobile robots and the development of a proposal of mathematical modeling for the trajectory planning of an autonomous experimental vehicle for use in precision agriculture are presented. Precision Agriculture can be defined as agricultural management that considers the spatial variability of the crop to maximize economic return and minimize environmental damage. At the same time, automation and mobile robotics allow the humanization of unhealthy and harmful agricultural tasks to human health and increased productivity, being

the subject of research in the recente literature on agricultural engineering. One of the important aspects for the proper performance of the mobile agricultural robot is the path planning that guides the robot from one point to the other, encompassing a list of path segments that can be of various types, such as lines, arcs, splines, and polynomial functions . The methodology used consists of the bibliographical review in recent scientific literature, development of a proposal of mathematical modeling considering obstacles with known position and without restrictions of vehicle dynamics, computational simulation and experimental validation in a prototype. It is intended to contribute to the development of low cost mobile robotics.

**KEYWORDS:** Trajectory planning, mobile robotics, precision agriculture.

## INTRODUÇÃO

De acordo com uma de suas definições, a agricultura de precisão é uma prática agrícola na qual se utiliza a tecnologia de informação baseada no princípio da variabilidade do solo e clima. A partir de dados específicos de áreas geograficamente referenciadas, implanta-se o processo de automação agrícola, que tem por objetivo a redução dos custos de produção, a diminuição da contaminação da natureza pelos agrotóxicos utilizados e logicamente o aumento da produtividade (PIERCE e NOWAK, 1999).

Com a evolução na agricultura de precisão, o desenvolvimento das máquinas vem crescendo de forma exponencial quando comparado com o ritmo da evolução humana ao longo da história. Em apenas dois séculos, as máquinas passaram a estar presentes no trabalho e na vida das pessoas, acelerando a produção. Devido à grande evolução da microeletrônica, sensores, computadores, telecomunicações e o avanço da tecnologia que se torna constante, novas tecnologias e ferramentas continuam a serem desenvolvidas e testadas dia após dia. No Brasil, os sistemas autônomos vem para suprir a carência de profissionais frente à demanda crescente de trabalho, além de servir como laboratório para desenvolvimento de tecnologia nacional.

A tendência recente de desenvolvimento de robôs móveis e veículos autônomos para realização de tarefas específicas é norteada principalmente por melhorar a eficiência e originar ganhos de operação com redução na compactação do solo e a ausência de operador quando comparados com a utilização de grandes máquinas (BLACKMORE e GRIEPENTRONG, 2006).

Este trabalho justifica-se pela grande amplitude da agricultura mundial e o desenvolvimento da tecnologia nesta área, buscando ir de encontro a sua robotização e automação, tão presentes na maioria das tecnologias atuais implementadas na agricultura de precisão, aonde se faz uso intensivo de equipamentos e técnicas agrícolas cada vez mais sofisticadas, que tem como consequência maior rendimento e produção para os agricultores, a proposta é modelar matematicamente as equações de trajetória de um veículo autônomo multifuncional que possa executar missões em campos de cultivo através de um sistema de planejamento de trajetórias, permitindo a aplicação de sementes insumos à taxa variável mais econômica minimizando custos e consequentemente aumentando os lucros.

Assim, este trabalho tem o objetivo de apresentar os resultados do estudo realizado sobre a modelagem matemática do planejamento da trajetória de um veículo autônomo para uso na agricultura de precisão e uma proposta de estratégia de modelo de trajetória, considerando como visão de futuro a minimização de custo e uma melhoria na qualidade de vida dos agricultores.

## MATERIAL E MÉTODOS

A metodologia utilizada no desenvolvimento deste trabalho de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) é baseada na integração de conhecimentos interdisciplinares de agronomia, engenharia e matemática. É fundamental o entendimento de questões que tratam de uma visão geral do potencial de aplicação de tecnologias (VALDIERO *et al.*, 2015) que podem ser utilizadas em sistemas agrícolas para o aumento da produção com a redução de custos e a proteção dos recursos naturais e da saúde humana. A Figura 1 ilustra um exemplo de fluxo de trabalho dividido em etapas e tarefas características de um sistema agrícola, onde se faz um paralelo da diversidade de tecnologias modernas integráveis e aplicáveis a cada etapa, mesmo diante das variabilidades casual e sistemática dos atributos do solo, do clima, das pragas e das condições de manejo, produção e conservação.

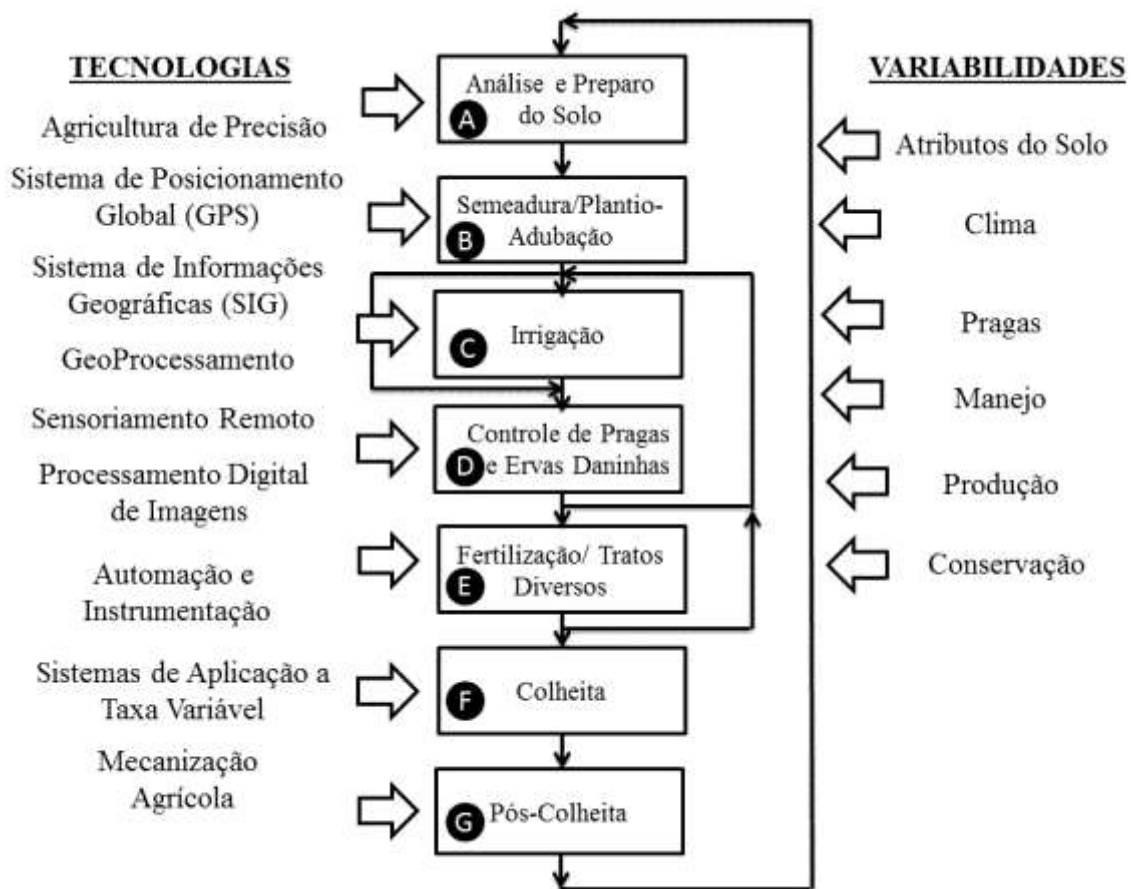


FIGURA 1. Diagrama esquemático de um exemplo de fluxo de trabalho num sistema agrícola e o potencial de aplicação de tecnologias no contexto da variabilidade dos atributos do solo, do clima, das pragas e das condições de manejo, produção e conservação. Fonte: Valdiero *et al.* (2015).

Nota-se que a aplicação de tecnologias em sistemas agrícolas inicia-se com a humanização do trabalho pesado e repetitivo por meio da mecanização agrícola desde a etapa (A) de análise e preparo do solo, onde se desenvolvem equipamentos para coleta de amostras, para determinação da estrutura do solo e da camada compactada, para a análise dos atributos do solo (pH, nutrientes, matéria orgânica, etc.) e sua devida correção; até a etapa final (G) de beneficiamento, armazenagem e transporte, que também pode incluir a certificação do produto agrícola (impurezas, orgânicos, etc.). A mecanização agrícola pode ser feita na sua

forma mais simples composta de mecanismos, de sistemas de produção e transmissão de potência e comandos manuais, ou desenvolvida em alto nível tecnológico com módulos de eletrônica embarcada, sistema de posicionamento global (GPS), automação e robotização, sistemas de aplicação de taxa variável, sistemas de controle automático, sensoriamento, processamento digital de imagens, sensoriamento remoto e/ou sistemas informatizados de geoprocessamento, de informações geográficas e de planejamento agrícola. A partir do sistema de informações geográficas é possível ter as informações espaciais referentes à produtividade e fertilidade do solo e então a etapa (B) de semeadura e adubação pode incluir a tecnologia de aplicação de adubo a taxa variável a partir de um receituário agrônomo.

Atualmente, nota-se uma melhoria da qualidade das informações e uma queda no custo dos sistemas de posicionamento global (GPS), viabilizando o desenvolvimento de veículos autônomos. Na Figura 2 apresenta-se um exemplo de modelo reduzido de um veículo autônomo que será utilizado para o teste de seguimento de trajetória, onde se pode observar em (1) uma vista isométrica do projeto, em (2) uma vista frontal e em (3) uma vista lateral direita do veículo autônomo. O veículo engloba o acionamento das rodas com motores de corrente contínua alimentados por uma bateria que tem sua autonomia aumentada com a utilização de um módulo de energia fotovoltaica montado na carroceria, além de um sistema de controle com GPS que necessita do planejamento de trajetória do veículo. Este trabalho trata justamente de uma proposta de modelagem matemática para o planejamento de trajetórias a partir de pontos de referência que funcionam como marcos da rota.

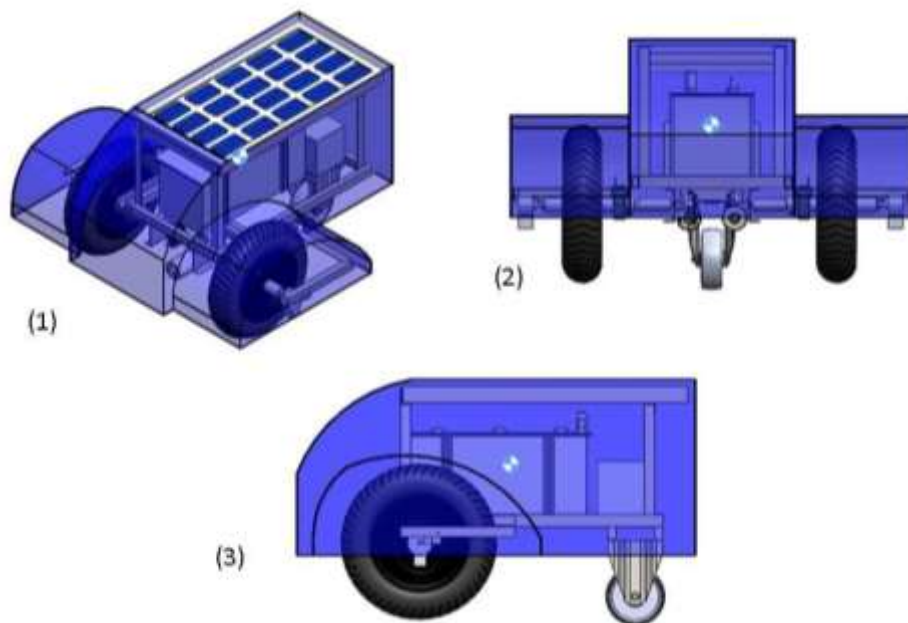


FIGURA 2. Vista do exemplo de veículo autônomo

Os testes e simulações estão sendo desenvolvidos em uma área localizada no município de Panambi, no Campus da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), a partir de pontos (P1 a P11) que funcionam como marcos de referência para a rota do veículo autônomo, tal como ilustrado na imagem da Figura 3.



FIGURA 3. Vista aérea do local utilizado para o estudo de caso do desenvolvimento de uma proposta de modelagem matemática para o planejamento da trajetória de um veículo autônomo experimental.

## MODELAGEM MATEMÁTICA DA TRAJETÓRIA USANDO POLINÔMIOS DE SÉTIMO GRAU

O planejamento de trajetórias é uma ferramenta importante para o aumento da produtividade através da redução do tempo no processo, para evitar colisões no ambiente de trabalho e otimizar a capacidade dos atuadores. Muitas vezes é necessário especificar o trajeto entre dois pontos de forma a evitar obstáculos presentes no espaço de trabalho, ou para facilitar a tarefa a ser executada. É possível definir o trajeto por pontos, fazendo que estes pontos sejam unidos por polinômios ou por “splines”. As “splines” passam pelo, ou perto dos pontos de modo que o manipulador não necessita parar em cada ponto (LLOYD e HAYWARD, 1993). O objetivo deste movimento restrito é descrever o trajeto com maior precisão (SHILLER *et al.*, 1996).

A trajetória é um caminho sujeito a restrições temporais de forma a satisfazer as restrições de posição, velocidade e aceleração impostas num movimento, para tanto pode-se utilizar um polinômio de sétimo grau. Neste caso, as restrições de continuidade são automaticamente satisfeitas. Em um processo produtivo é muito importante que o robô se movimente o mais rápido possível, mantendo as condições limites de velocidade e aceleração dos atuadores. Em tarefas tais como manipulação de objetos, o importante é que o manipulador saia do ponto inicial e chegue ao ponto final, não importando o trajeto desenvolvido.

De forma a satisfazer as restrições de posição, velocidade, aceleração e Jerk impostas, nas trajetórias, pode-se utilizar um polinômio de sétimo grau. Neste caso as restrições são automaticamente satisfeitas. As restrições de posição, velocidade, aceleração e Jerk nos pontos iniciais e finais podem então ser satisfeitas determinando-se adequadamente os coeficientes do polinômio como é apresentado na equação:

$$x(t) = a_0 + a_1t^1 + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 + a_6t^6 + a_7t^7 \quad (1)$$

Onde  $a_i$  são os coeficientes do polinômio de sétimo grau e  $t$  é o instante de tempo.

Derivando-se a expressão (1) em relação ao tempo, obtém-se as equações para velocidade, aceleração e *jerk*, no tempo inicial e final.

$$\dot{x}(t) = a_1 + 2a_2t^1 + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 + 5a_5t^4 + 6a_6t^5 + 7a_7t^6 \quad (2)$$

$$\ddot{x}(t) = 2a_2 + 6a_3t^1 + 12a_4t^2 + 20a_5t^3 + 30a_6t^4 + 42a_7t^5 \quad (3)$$

$$\dddot{x}(t) = 12a_3 + 24a_4t^1 + 60a_5t^2 + 120a_6t^3 + 210a_7t^4 \quad (4)$$

O planejamento da trajetória consiste em calcular os do polinômio (1) de tal forma que as variáveis  $x(t)$  e suas derivadas  $\dot{x}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$  e  $\dddot{x}(t)$  desloquem-se de seus valores iniciais  $\dot{x}(t_0)$ ,  $\ddot{x}(t_0)$  e  $\dddot{x}(t_0)$ , até seus valores finais  $\dot{x}(t_f)$ ,  $\ddot{x}(t_f)$  e  $\dddot{x}(t_f)$  quando  $t$  varia de seu valor inicial  $t_0$  a seu valor final  $t_f$ .

$$x(t_0) = a_0 + a_1t_0^1 + a_2t_0^2 + a_3t_0^3 + a_4t_0^4 + a_5t_0^5 + a_6t_0^6 + a_7t_0^7 \quad (5)$$

$$x(t_f) = a_0 + a_1t_f^1 + a_2t_f^2 + a_3t_f^3 + a_4t_f^4 + a_5t_f^5 + a_6t_f^6 + a_7t_f^7 \quad (6)$$

$$\dot{x}(t_0) = a_1 + 2a_2t_0^1 + 3a_3t_0^2 + 4a_4t_0^3 + 5a_5t_0^4 + 6a_6t_0^5 + 7a_7t_0^6 \quad (7)$$

$$\dot{x}(t_f) = a_1 + 2a_2t_f^1 + 3a_3t_f^2 + 4a_4t_f^3 + 5a_5t_f^4 + 6a_6t_f^5 + 7a_7t_f^6 \quad (8)$$

$$\ddot{x}(t_0) = 2a_2 + 6a_3t_0^1 + 12a_4t_0^2 + 20a_5t_0^3 + 30a_6t_0^4 + 42a_7t_0^5 \quad (9)$$

$$\ddot{x}(t_f) = 2a_2 + 6a_3t_f^1 + 12a_4t_f^2 + 20a_5t_f^3 + 30a_6t_f^4 + 42a_7t_f^5 \quad (10)$$

$$\dddot{x}(t_0) = 12a_3 + 24a_4t_0^1 + 60a_5t_0^2 + 120a_6t_0^3 + 210a_7t_0^4 \quad (11)$$

$$\dddot{x}(t_f) = 12a_3 + 24a_4t_f^1 + 60a_5t_f^2 + 120a_6t_f^3 + 210a_7t_f^4 \quad (12)$$

Resolvendo-se o sistema de equações (5-12) que possui solução única, observa-se que os oito coeficientes a serem determinados nos permitem impor as oito condições de contorno, ou seja, as posições, velocidades, acelerações e *Jeks* iniciais e finais. Desta forma, obteremos uma trajetória entre o ponto final e inicial, a qual pode ser ligado com um novo trecho da trajetória. A solução deste sistema de equações lineares fornece os coeficientes do polinômio interpolador.

Para a resolução do sistema optou-se pelo método matricial que tem a forma  $Ax = B$ , onde : A - representa a matriz dos coeficientes das incógnitas ou matriz do sistema

X - matriz das incógnitas e,

B - matriz dos termos independentes

$$\begin{pmatrix}
1 & t_o & t_o^2 & t_o^3 & t_o^4 & t_o^5 & t_o^6 & t_o^7 \\
1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 & t_f^6 & t_f^7 \\
0 & 1 & 2t_o & 3t_o^2 & 4t_o^3 & 5t_o^4 & 6t_o^5 & 7t_o^6 \\
0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 & 6t_f^5 & 7t_f^6 \\
0 & 0 & 2 & 6t_o & 12t_o^2 & 20t_o^3 & 30t_o^4 & 42t_o^5 \\
0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 & 30t_f^4 & 42t_o^5 \\
0 & 0 & 0 & 12 & 24t_o & 60t_o^2 & 120t_o^3 & 210t_o^4 \\
0 & 0 & 0 & 12 & 24t_f & 60t_f^2 & 120t_f^3 & 210t_f^4
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_o \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(t_o) \\ x(t_f) \\ \dot{x}(t_o) \\ \dot{x}(t_f) \\ \ddot{x}(t_o) \\ \ddot{x}(t_f) \\ \ddot{x}(t_o) \\ \ddot{x}(t_f) \end{pmatrix} \quad (13)$$

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em uma primeira simulação realizada no software MATLAB para validação do modelo, os parâmetros utilizados para gerar os pontos da trajetória foram o instante de tempo a posição em x e a posição em y, para o estudo de caso da Figura 3, como ilustra a Tabela 1.

TABELA 1. Pontos utilizados para o cálculo e simulação da trajetória do estudo de caso da Figura 3, caracterizados pelo instante de tempo e suas coordenadas  $X_i$  e  $Y_i$ .

Marcos da trajetória	Tempo $t_i$ (s)	$X_i$ (m)	$Y_i$ (m)
Ponto P 1	0	1	1
Ponto P 2	4	1	5
Ponto P 3	8	3	6
Ponto P 4	12	5	5
Ponto P 5	16	5	2
Ponto P 6	20	7	1
Ponto P 7	24	9	2
Ponto P 8	28	9	5
Ponto P 9	32	11	6
Ponto P 10	36	13	5
Ponto P 11	40	13	1

A Figura 4 mostra os resultados da simulação da trajetória realizada com os onze pontos. Os gráficos da Figuras 5 mostram respectivamente os deslocamentos nas direções x e y em função do tempo, onde pode-se notar que são funções contínuas no tempo e com derivadas contínuas de primeira, segunda e terceira ordem, mais adequadas ao planejamento da trajetória do veículo.

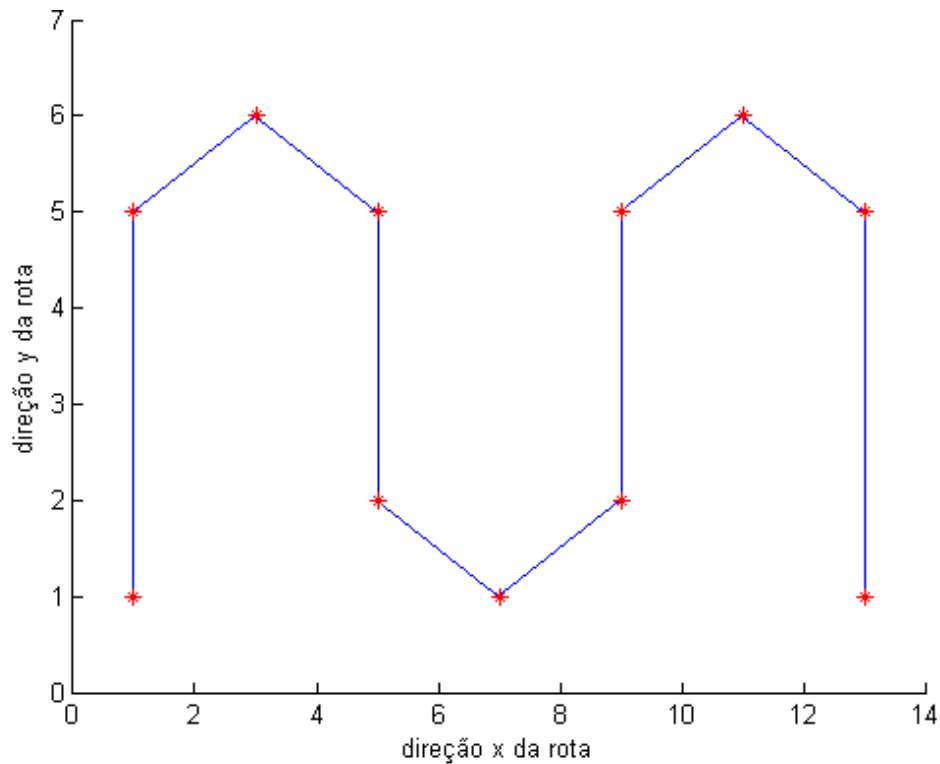


FIGURA 4. Trajetória no plano xy com onze pontos

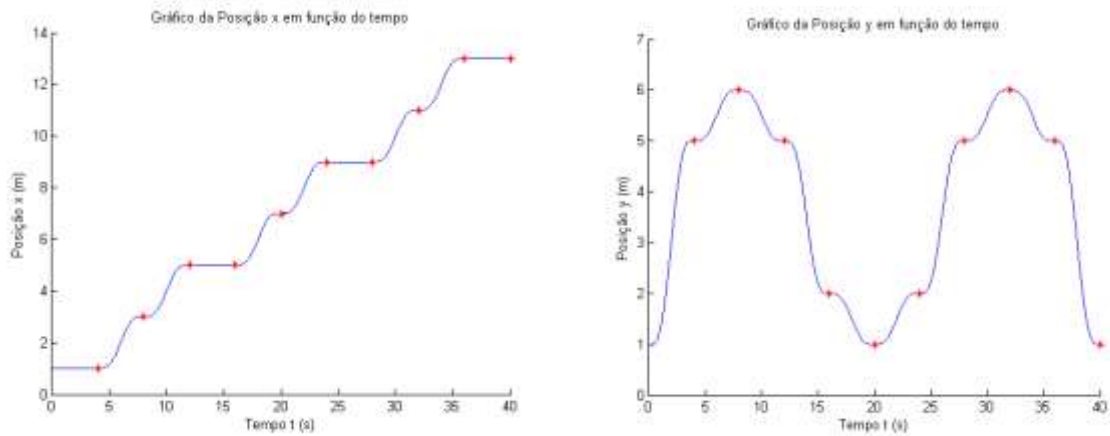


FIGURA 5. Trajetórias nas direções x e y em função do tempo

Na Figura 6 é exemplificado o gráfico da velocidade na direção y da rota em função do tempo. O planejamento de trajetórias é muito importante para se ter uma alta produtividade e para garantir uma trajetória fisicamente compatível com a dinâmica do veículo. Com a função polinomial de sétimo grau é possível melhor compatibilidade e nota-se que o movimento torna-se mais suave, evitando sinais de controle bruscos nos atuadores elétricos.

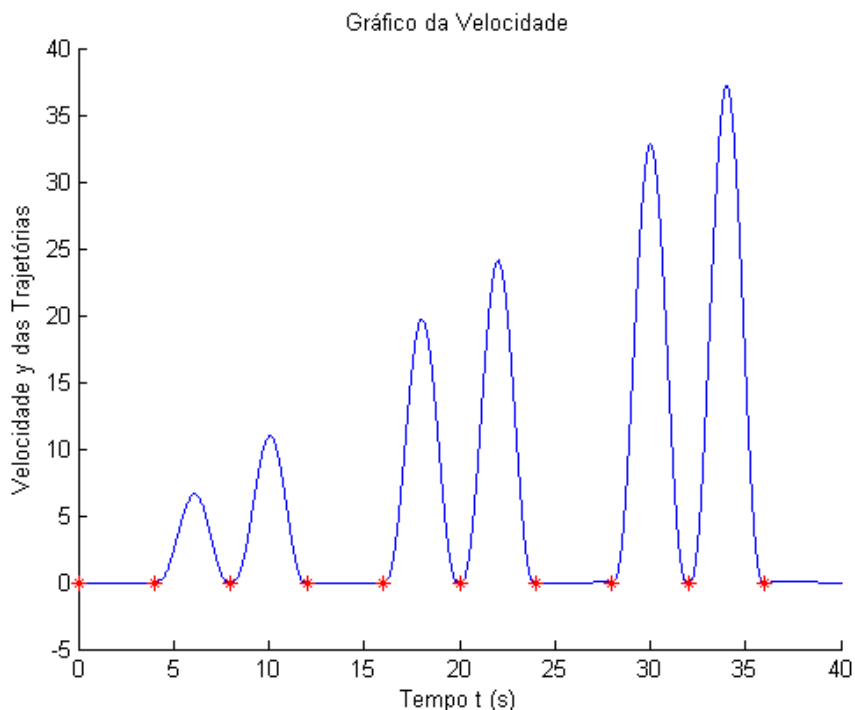


FIGURA 6. Velocidade na direção y em função do tempo t no plano xy

## CONCLUSÕES

Os resultados deste trabalho contribuem para o planejamento de trajetórias em veículos agrícolas e conseqüentemente para o desenvolvimento de tecnologias e o crescimento da produção agrícola, na busca de melhores condições de vida para o nosso produtor rural, por meio da aplicação da modelagem matemática no planejamento de trajetória de veículos autônomos, principalmente em atividades nocivas à saúde humana tal como pulverização de agrotóxicos. O modelo matemático proposto para descrever a trajetória de um veículo autônomo multifuncional por meio de equações polinomiais que consideram as especificações de posição, velocidade, aceleração e derivada da aceleração (*jerk*) juntamente com os testes realizados apresentou resultados satisfatórios quando comparados a resultados previstos em literaturas. Prevê-se a continuidade do projeto de pesquisa utilizando-se uma metodologia integrada aos requisitos e necessidades da automação agrícola, garantia da autonomia, baixa manutenção, uso de fontes de energia limpa (painel fotovoltaico acoplado no veículo) e sistema de segurança para obstáculos.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Os autores também agradecem à CAPES, à FAPERGS, à FINEP e à UNIJUÍ pelo apoio e incentivo na realização da pesquisa, além da infraestrutura de laboratórios do Núcleo de Inovação em Máquina Automáticas e Servo Sistemas (NIMASS).

## **REFERÊNCIAS**

BLACKMORE, S. M.; GRIEPENTRONG, H. W. **Autonomous Vehicles and Robotics**. Chapter 7, Section 7.3 Mechatronics and Applications, ASAE CIGR Handbook of Agricultural Engineering, v. 6, p. 204-215, 2006.

LLOYD, J.; HAYWARD, V. **Trajectory Generation for Sensor-Driven and Time-Varying Tasks**, Int. J. of Robotics Research, Vol. 12, no 4, 1993, p. 380-393.

PIERCE, F.J.; NOWAK, P. **Aspects of precision agriculture**. Adv. Agronomy, v. 67, p.1-85, 1999.

SHILLER, Z.; CHANG, H.; WONG, V. **The Practical Implementation of Time-Optimal Control for Robotic Manipulators**. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 12, no 1, 1996, p. 29-39.

VALDIERO, A. C.; HECK, T. G.; SILVA, J. A. G. D. **Tecnologias Inovadoras Aplicadas em Sistemas Agrícolas**. In: SILVA, J. A. G. D.; CARBONERA, R.; FERNANDES, S. B. V. Sistemas Agropecuários e Saúde Animal. Ijuí: UNIJUÍ, v. I, 2015. p. 63-86.